



KURS
CAŁKI OZNACZONE, NIEWŁAŚCIWE
i ZASTOSOWANIA CAŁEK

Lekcja 3
Obliczanie pól obszarów

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

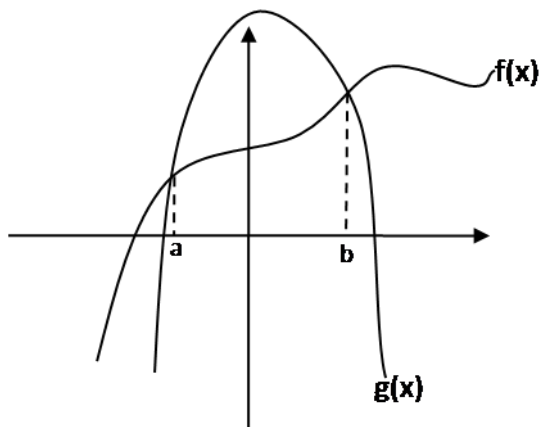
Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Z liczeniem całki oznaczonej wiąże się następujący problem:

- a) Obliczanie pól powierzchni
- b) Obliczanie pól łuków i pól krzywizn
- c) Obliczanie stycznej do krzywej
- d) Obliczanie funkcji odwrotnej do danej

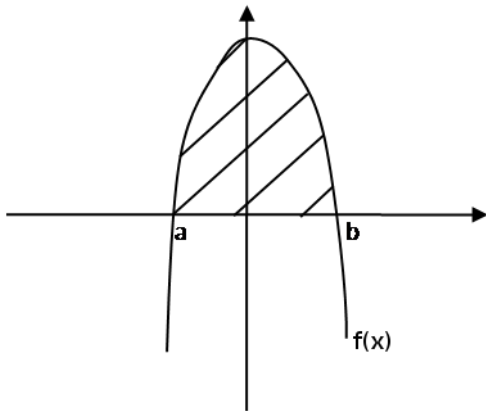
Pytanie 2



Pole obszaru ograniczonego krzywymi $f(x)$ i $g(x)$ można zapisać jako:

- a) $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx$
- b) $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$
- c) $\int_b^a [g(x) - f(x)] dx$
- d) $\int_b^a [f(x) - g(x)] dx$

Pytanie 3



Pole powyższego obszaru można zapisać jako:

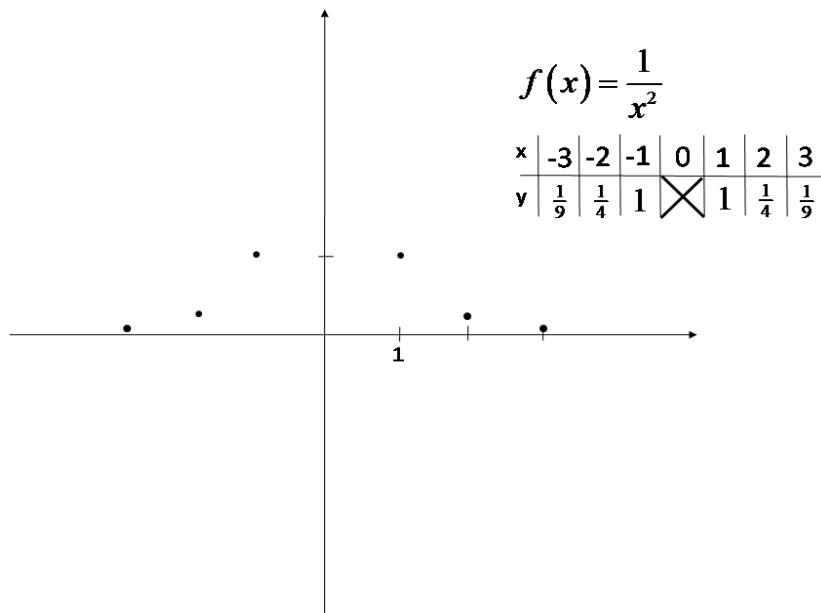
- a) $\int_a^b f(x)dx$
- b) $\int_a^b f^2(x)dx$
- c) $\int_a^b [f(x) - x]dx$
- d) $\int_a^b [x - f(x)]dx$

Pytanie 4

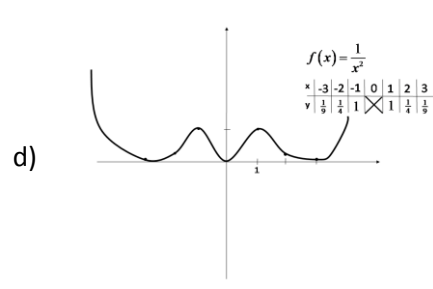
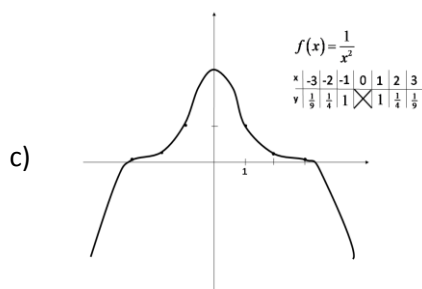
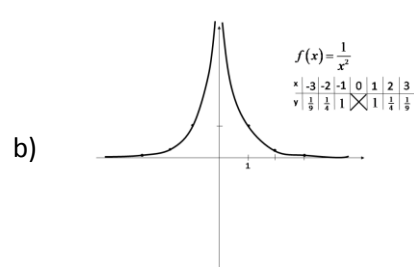
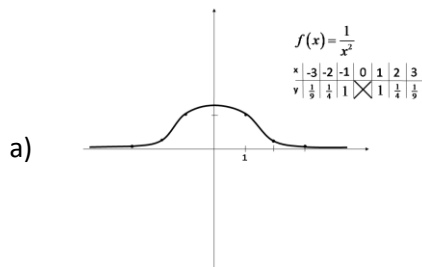
Narysowanie wykresu funkcji wykładniczej (np. $y = e^{-2x}$) jest z reguły:

- a) Niemożliwe
- b) Bardzo trudne i wymagające wiedzy o właściwościach funkcji wykładniczej
- c) Proste (pomocny jest kalkulator)
- d) Niemożliwe bez kalkulatora

Pytanie 5



Jak połączyć kropki w wykres dla powyższych danych?

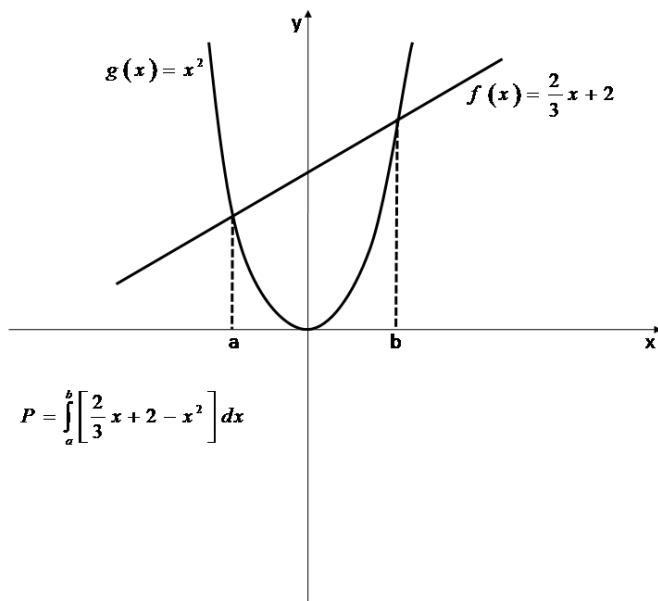


Pytanie 6

Krzywą $y^2 = -2x + 1$ można zapisać jako...

- a) $y = \sqrt{-2x+1}$ ∨ $y = -\sqrt{-2x+1}$
- b) $y = \sqrt{-2x+1}$
- c) $y = (-2x+1)^2$
- d) $y = -\sqrt{2x+1}$ ∨ $y = \sqrt{2x+1}$

Pytanie 7



Jak znaleźć granice całkowania w powyższej całce?

- a) Odczytać je z wykresu (w przybliżeniu)
- b) Rozwiązać równanie $\frac{2}{3}x + 2 = x^2$
- c) Przyrównać obie funkcje do zera
- d) Odjąć funkcję ograniczającą pole z dołu od funkcji ograniczającej pole z góry



Pytanie 8

Co zawsze należy zrobić, kiedy pole, które mamy obliczyć ograniczone jest z dołu lub z góry przez wykresy kilku funkcji?

- a) Rozbić pole na części
- b) Do wzoru na pole wybrać którąkolwiek z ograniczających z dołu funkcji
- c) Końcowy wynik podzielić przez odpowiednią liczbę
- d) Wzór na całość pomnożyć przez odpowiednią liczbę

Pytanie 9

Kiedy do obliczania pól obszarów używamy całek niewłaściwych?

- a) Nigdy
- b) Jeśli pole nie jest ograniczone na wykresie
- c) W każdym przypadku
- d) Jeśli pole jest ograniczone na wykresie krzywymi ze wszystkich stron

Pytanie 10

Jakie metody całkowania całek nieoznaczonych mogą przydać nam się przy obliczaniu pola obszaru?

- a) Wszystkie
- b) Żadne, bo zadanie nie wymaga liczenia całek nieoznaczonych
- c) Tylko bezpośrednie
- d) Trygonometryczne

Część 2: ZADANIA

Oblicz pola obszarów ograniczonych krzywymi:

1) $y = -x^2$ $y = x^2 - 2$

2) $y = \frac{1}{2}x^2$ $y = -\frac{3}{2}x^2 + 2$

3) $y = x^2 - 2x + 3$ $y = -x^2 + 10x - 13$

4) $y = x^2 - x - 2$ $y = x + 1$

5) $y = -x^2 + 3$ $y = -1$

6) $y = e^{-x}$ $x = -2$ $x = 1$ $y = 0$

7) $y = e^x$ $x = 1$ $y = (x-1)^2$

8) $y = \frac{1}{1+x^2}$ $y = \frac{x^2}{2}$

9) $y = x^3$ $y^2 = x$

10) $y = \ln x$ $y = 0$ $x = \sqrt{8}$

11) $y = x^3$ $y = x$

12) $y^2 = 2x + 1$ $x - y - 1 = 0$

13) $y = x^2$ $y = \frac{1}{2}x^2$ $y = 3x$

14) $y = x^2$ $y = \frac{1}{4}x^2$ $y = 4$

15) $xy = 4$ $x + y = 5$

16) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ $y = 0$ $x = 1$ dla $x \geq 1$

17) $y = \frac{1}{x^2(x+1)}$ $y = 0$ $x = 1$ dla $x \geq 1$

KONIEC