



KURS  
CAŁKI OZNACZONE, NIEWŁAŚCIWE  
i ZASTOSOWANIA CAŁEK

Lekcja 2  
Całki niewłaściwe

ZADANIE DOMOWE



## Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

### Pytanie 1

Jakie zagadnienie z analizy matematycznej ma zastosowanie w całkach niewłaściwych?

- a) Liczenie macierzy
- b) Liczenie monotoniczności funkcji
- c) Liczenie granic
- d) Liczenie liczb zespolonych

### Pytanie 2

Czym różnią się całki niewłaściwe I rodzaju od całek niewłaściwych II rodzaju?

- a) Podczas obliczania całek niewłaściwych I rodzaju stosujemy metody tylko przez podstawienie i przez części, a podczas obliczania całek niewłaściwych II rodzaju możemy stosować wszystkie metody całkowania
- b) Całki niewłaściwe I rodzaju mają nieskończoność w granicach całkowania, a całki niewłaściwe II rodzaju w granicach całkowania mają liczby
- c) W całkach niewłaściwych I rodzaju funkcja podcałkowa jest prostsza do scałkowania
- d) W całkach niewłaściwych I rodzaju musimy sprawdzić dziedzinę funkcji podcałkowej przed rozpoczęciem całkowania

### Pytanie 3

$$\int_0^1 \frac{1}{x} dx$$

Powyższa całka jest całką...

- a) Oznaczoną
- b) Niewłaściwą II rodzaju
- c) Niewłaściwą I rodzaju
- d) Nieoznaczoną

#### Pytanie 4

Etapy rozwiązywania całki niewłaściwej to...

- Obliczenie całki nieoznaczonej – obliczenie granicy z wyniku
- Obliczenie granicy z funkcji podcałkowej – obliczenie całki nieoznaczonej – obliczenie całki oznaczonej
- Wprowadzenie granicy - obliczenie całki nieoznaczonej – obliczenie całki oznaczonej – obliczenie granicy z wyniku
- Obliczenie całki oznaczonej – obliczenie całki nieoznaczonej z wyniku – obliczenie granicy z wyniku

#### Pytanie 5

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{x^2+1} dx = \boxed{\quad ? \quad}$$

Jakie wyrażenie mogłoby znaleźć się w tym miejscu?

- $\lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow \infty \\ \varepsilon \rightarrow -\infty}} \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{x+1}{x^2+1} dx$
- $\int_{-\infty}^1 \frac{x+1}{x^2+1} dx + \int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^2+1} dx$
- $\int_{-\infty}^0 \frac{x+1}{x^2+1} dx + \int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^2+1} dx$
- $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\varepsilon} \frac{x+1}{x^2+1} dx$

**Pytanie 6**

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon^2}{e^\varepsilon} = \boxed{?}$$
$$\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$$

Po zastosowaniu reguły de L'Hospitala otrzymam:

- a)  $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{2\varepsilon}{e^\varepsilon}$
- b)  $\frac{2\varepsilon}{e^\varepsilon}$
- c)  $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{1}{e^\varepsilon}$
- d)  $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{2\varepsilon}{\varepsilon e^{\varepsilon-1}}$

**Pytanie 7**

$$\int_{-4}^4 \frac{dx}{x-4} = \boxed{?}$$

Co powinno znaleźć się w pustym polu?

- a)  $\int_{-4}^0 \frac{dx}{x-4} + \int_0^4 \frac{dx}{x-4}$
- b)  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 4^-} \int_{-4}^{\varepsilon} \frac{dx}{x-4}$
- c)  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 4^+} \int_{\varepsilon}^4 \frac{dx}{x-4}$
- d)  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 4^+} \int_{-4}^{\varepsilon} \frac{dx}{x-4}$



### Pytanie 8

$$\int_0^1 \ln x dx = -\infty$$

Co można powiedzieć o powyższej całce (po prawej stronie równości końcowy wynik całkowania)?

- a) Że jest rozbieżna
- b) Że jest I rodzaju
- c) Że jest ujemna
- d) Że jest nieelementarna

### Pytanie 9

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$$

Co można powiedzieć o powyższej całce?

- a) Że jest całką niewłaściwą II rodzaju
- b) Że jest całką niewłaściwą I rodzaju
- c) Że jest całką oznaczoną
- e) Że jest całką nieoznaczoną

### Pytanie 10

Czy całki niewłaściwe mogą być narzędziem do obliczania pól obszarów, objętości brył obrotowych itp.?

- a) Tak
- b) Nie

## Część 2: ZADANIA

Oblicz następujące całki:

$$1) \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$$

$$2) \int_1^{\infty} \frac{2x+1}{x^4} dx$$

$$3) \int_0^{\infty} \frac{3x^2}{x^3+1} dx$$

$$4) \int_{-\infty}^0 e^x dx$$

$$5) \int_0^{\infty} e^x dx$$

$$6) \int_{-\infty}^0 xe^x dx$$

$$7) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$$

$$8) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$$

$$9) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{-x^2+2x-3} dx$$

$$10) \int_0^3 \frac{1}{x-3} dx$$

$$11) \int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$$

$$12) \int_{-1}^0 \frac{x^2+1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

$$13) \int_{-2}^0 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

$$14) \int_0^1 x \ln x dx$$

$$15) \int_2^4 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$$



$$16) \int_0^1 \frac{1}{x^2 - 1} dx$$

$$17) \int_{-3}^0 \frac{1}{x^2 + 3x} dx$$

$$18) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$19) \int_0^3 \frac{1}{(x-2)^3} dx$$

$$20) \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2 + 5x + 4} dx$$

$$21) \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^2 + x - 2}$$

KONIEC