



KURS

CAŁKI NIEOZNACZONE

Lekcja 7

Całki trygonometryczne

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

$$\int \cos 4x \sin \frac{1}{2} x dx$$

Z którego wzoru należy skorzystać, aby rozwiązać powyższą całkę?

- a) $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
- b) $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$
- c) $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$

Pytanie 2

$$\int \sin^7 x dx = \int \sin^6 x \sin x dx = \dots$$

Jakie przekształcenie należałoby wykonać w tym momencie zadania?

- a) $\dots = \int (\sin^3 x)^2 \sin x dx$
- b) $\dots = \int (\sin^2 x)^3 \sin x dx$
- c) $\dots = \int (1 - \cos^2 x)^6 \sin x dx$
- d) $\dots = \int (\cos^2 x)^6 \sin x dx$

Pytanie 3

Które zdanie jest prawdziwe?

- a) Rozwiązanie całki trygonometrycznej polega zawsze na przekształceniu funkcji podcałkowej do funkcji wymiernej
- b) Rozwiązanie całki trygonometrycznej wymaga często zastosowania metody przez podstawienie
- c) Rozwiązanie całki trygonometrycznej polega zawsze na skorzystaniu z jedynki trygonometrycznej

Pytanie 4

W całkach trygonometrycznych w których występują funkcje sinus lub cosinus podniesione do parzystych potęg należy najczęściej...

- a) Skorzystać ze wzoru $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- b) Skorzystać ze wzoru $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
- c) Wydzielić z funkcji podcałkowej $\sin x$ albo $\cos x$
- d) Wydzielić z funkcji podcałkowej $\sin^2 x$ lub $\cos^2 x$

Pytanie 5

$$\int \sin^2 x dx$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Jaką operację należy teraz wykonać, aby wyznaczyć z powyższego równania $\sin^2 x$

- a) $\cos 2x = \cos^2 x - 1 - \cos^2 x$
- b) $\cos 2x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$
- c) $\cos 2x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x$
- d) $\cos 2x = 1 - \sin^2 x - (1 - \cos^2 x)$

Pytanie 6

$$\int \sin^{10} x dx$$

Jakie przekształcenia funkcji podcałkowej należałoby teraz wykonać?

- a) $\int \sin^{10} x dx = \int (\sin^5 x)^2 dx$
- b) $\int \sin^{10} x dx = \int (\sin^2 x)^5 dx = \int (1 - \cos^2 x)^5 dx$
- c) $\int \sin^{10} x dx = \int \sin^9 x \sin x dx$
- d) $\int \sin^{10} x dx = \int (\sin^2 x)^5 dx$

Pytanie 7

$$\int \cos^5 x \sin^5 x dx$$

Jakie przekształcenia funkcji podcałkowej należałoby teraz wykonać?

- a) $\int (\cos^2 x)^3 \sin^5 x dx$
- b) $\int (\cos^2 x)^3 \sin^5 x dx = \int (1 - \sin^2 x)^3 \sin^5 x dx$
- c) $\int \cos^5 x (1 - \cos^5 x) dx$
- d) $\int \cos^4 x \sin^5 x \cos x dx = \int (\cos^2 x)^2 \sin^5 x \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x)^2 \sin^5 x \cos x dx$

Pytanie 8

W całkach z funkcji tangens albo kotangens do jakiejś potęgi należy najczęściej...

- a) Skorzystać ze wzoru $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- b) Wydzielić z funkcji podcałkowej $\operatorname{tg} x$ lub $\operatorname{ctg} x$
- c) Wydzielić z funkcji podcałkowej $\sin^2 x$ lub $\cos^2 x$
- d) Wydzielić z funkcji podcałkowej $\operatorname{tg}^2 x$ lub $\operatorname{ctg}^2 x$

Pytanie 9

$$\int \frac{dx}{1 + 2 \sin x}$$

W powyższej całce należałoby...

- a) Wykonać podstawienie uniwersalne
- b) Zastosować podstawienie $t = \sin x$
- c) Rozbić całkę na dwie
- d) Zastosować metodę przez części



Pytanie 10

Podstawienie uniwersalne...

- a) Opiera się na metodzie przez części
- b) To zestaw gotowych wzorów do podstawienia
- c) Polega na wyprowadzeniu potrzebnych do podstawienia wzorów
- d) Można zastosować w całkach wymiernych

Część 2: ZADANIA

Oblicz następujące całki:

1) $\int \sin 6x \cos 5x dx$

2) $\int \cos 4x \cos 8x dx$

3) $\int \sin 5x \sin 7x dx$

4) $\int \cos x \sin 2x dx$

5) $\int \sin^3 x dx$

6) $\int \cos^5 x dx$

7) $\int \sin^7 x dx$

8) $\int \cos^2 x dx$

9) $\int \sin^4 x dx$

10) $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$

11) $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$

12) $\int \cos^6 x \sin^5 x dx$

13) $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$

14) $\int \operatorname{tg}^4 x dx$

15) $\int \operatorname{tg}^5 x dx$

16) $\int \frac{dx}{\cos x}$

17) $\int \frac{dx}{3 + 2 \sin x}$

18) $\int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 1}$

19) $\int \frac{1}{1 + \cos^2 x} dx$

KONIEC