



# KURS

# CAŁKI NIEOZNACZONE

Lekcja 6

Całki z pierwiastkami

ZADANIE DOMOWE

## Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

### Pytanie 1

$$\int \frac{5}{\sqrt{x^2 - 4x + 2}} dx$$

Aby obliczyć powyższą całkę należy...

- a) Obliczyć pochodną z  $x^2 - 4x + 2$
- b) Zastosować metodę współczynników nieoznaczonych
- c) Sprowadzić ją do całki wymiernej
- d) Skorzystać ze wzoru  $ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$

### Pytanie 2

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 9}} = ?$$

Wynik powyższej całki równy będzie...

- a)  $\arcsin \frac{x}{3} + C$
- b)  $\ln \left| x + \sqrt{x^2 - 9} \right| + C$
- c)  $\ln \left| x + \sqrt{x^2 - 3} \right| + C$
- d)  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

### Pytanie 3

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+4}}$$

Aby obliczyć powyższą całkę należy skorzystać ze wzoru...

- a)  $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- b)  $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$
- c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+q}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2+q} \right| + C$
- d)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

### Pytanie 4

$$\int \frac{1}{\sqrt{-(x-1)^2-4}} dx = \dots$$

W jaki sposób należało by w tym momencie przekształcić funkcję podcałkową?

- a)  $\dots = \int \frac{1}{\sqrt{(-x+1)^2+4}} dx$
- b)  $\dots = \int \frac{1}{\sqrt{(-x-1)^2+4}} dx$
- c)  $\dots = \int \frac{1}{\sqrt{-(x-1)^2+4}} dx$
- d)  $\dots = -\int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2-4}} dx$

**Pytanie 5**

$$\int \frac{-x dx}{\sqrt{x^2 + x}} =$$

Aby obliczyć tę całkę należy w tym momencie...

- a) Skorzystać ze wzoru  $ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$
- b) Obliczyć pochodną z  $x^2 + x$
- c) Sprowadzić ją do całki wymiernej
- d) Zastosować podstawienie

**Pytanie 6**

$$\int \frac{2-x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Czy powyższa całka jest całką typu  $\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$

- a) Tak
- b) Nie

**Pytanie 7**

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x - 4}} dx$$

Jak rozwiązać powyższą całkę?

- a) Przez podstawienie
- b) Żadną z metod poznaną dotychczasowo na Kursie
- c) Obliczając pochodną z  $x^2 + 3x - 4$
- d) Metodą współczynników nieoznaczonych

**Pytanie 8**

$$\int \sqrt{2x^2 + 3x + 1} dx$$

Jak wyglądać będzie powyższa całka po przekształceniu mającym na celu skorzystanie z metody współczynników nieoznaczonych?

- a)  $\int \frac{2x^2 + 3x + 1}{\sqrt{2x^2 + 3x + 1}} dx$
- b) Nie można wykonać takiego przekształcenia
- c)  $\int \frac{4x + 3}{\sqrt{2x^2 + 3x + 1}} dx$
- d)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 3x + 1}}$

**Pytanie 9**

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}} dx = \left| t = \boxed{?} \right|$$

Jakie podstawienie należałoby zastosować w tej całce?

- a)  $t = \sqrt[12]{x}$
- b)  $t = \sqrt[6]{x}$
- c)  $t = \sqrt{x}$
- d)  $t = x$



**Pytanie 10**

$$\int \frac{x}{\sqrt{x}-1} dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x} \\ t^2 = x \\ 2t dt = dx \end{array} \right|$$

Jaką całkę otrzymamy w wyniku powyższego podstawienia?

- a) Taką, którą trzeba będzie rozwiązywać metodą współczynnika nieoznaczonego
- b) Wymierną
- c) To podstawienie jest nieprawidłowe
- d) Elementarną

## Część 2: ZADANIA

Oblicz następujące całki:

- 1)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}$
- 2)  $\int \frac{3}{\sqrt{-x^2 - 5x - 4}} dx$
- 3)  $\int \frac{10dx}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$
- 4)  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{-3x^2 + 13x - 12}}$
- 5)  $\int \frac{-3x+5}{\sqrt{4x^2 + x}} dx$
- 6)  $\int \frac{1-2x}{\sqrt{5x^2 + 5x + 2}} dx$
- 7)  $\int \frac{(x^2 + 2x)dx}{\sqrt{-x^2 + 3x - 2}}$
- 8)  $\int \frac{x^3 + x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$
- 9)  $\int \sqrt{x^2 + 4} dx$
- 10)  $\int \sqrt{x^2 + 12x + 10} dx$
- 11)  $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} dx$
- 12)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2}}$
- 13)  $\int \frac{\sqrt{x+1} dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x+1}}$
- 14)  $\int \frac{dx}{x + 3\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x}}$

KONIEC