



KURS

CAŁKI NIEOZNACZONE

Lekcja 5
Całki wymierne

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Które z poniższych wyrażeń jest wielomianem?

- a) $x^2 + x + \sqrt{x} + 1$
- b) $\frac{1}{2}x^3 - \sqrt{3}x$
- c) $3x^7 - 4x^6 + 12x^5 + x^4 - x^3 + 5x^2 + 15x - \frac{1}{x}$
- d) $\frac{1}{x^2 + 3x - 4}$

Pytanie 2

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 1}$$

$\Delta = 8$

Powyższą całkę należałoby rozwiązywać...:

- a) Przekształcając mianownik do postaci kanonicznej
- b) Poprzez dzielenie licznika przez mianownik
- c) Przekształcając licznik tak, aby część jego składników była równa pochodnej mianownika
- d) Stosując rozkład na ułamki proste

Pytanie 3

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$\Delta = -4$

Powyższą całkę należałoby rozwiązać...

- a) Przekształcając mianownik ze wzoru: $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$
- b) Poprzez dzielenie licznika przez mianownik
- c) Przekształcając licznik tak, aby część jego składników była równa pochodnej mianownika
- d) Stosując rozkład na ułamki proste



Pytanie 4

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} dx =$$

Czy powyższa całka jest całką wymierną?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 5

Przypadek, w którym w mianowniku funkcji podcałkowej w całce wymiernej jest $\Delta = 0 \dots$

- a) Rozwiązujemy rozkładem mianownika na czynniki i podstawieniem
- b) Rozwiązujemy przez części
- c) Nie można rozwiązać
- d) Rozwiązujemy stosując operacje elementarne

Pytanie 6

$$\int \frac{5x+4}{2x^2+2x+2} dx =$$

$$\Delta = -12$$

Jaką czynność należałoby wykonać w tym momencie?

- a) Rozłożyć mianownik na czynniki
- b) Podzielić licznik przez mianownik
- c) Sprowadzić mianownik do postaci kanonicznej
- d) Obliczyć pochodną mianownika

Pytanie 7

$$\frac{x-1}{(x-1)^2(x+3)} =$$

Jak wyglądać będzie powyższy ułamek rozłożony na ułamki proste?

- a) $\frac{x-1}{(x-1)^2(x+3)} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{x+3}$
- b) $\frac{x-1}{(x-1)^2(x+3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+3}$
- c) $\frac{x-1}{(x-1)^2(x+3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3}$
- d) $\frac{x-1}{(x-1)^2(x+3)} = \frac{x}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+3}$

Pytanie 8

$$\frac{x^2}{(x^2+x+1)^2} =$$

Jak wyglądać będzie powyższy ułamek rozłożony na ułamki proste?

- a) $\frac{x^2 dx}{(x^2+x+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{Cx+D}{(x^2+x+1)^2}$
- b) $\frac{x^2 dx}{(x^2+x+1)^2} = \frac{A}{x^2+x+1} + \frac{B}{(x^2+x+1)^2}$
- c) $\frac{x^2 dx}{(x^2+x+1)^2} = \frac{Ax+B}{(x^2+x+1)^2}$
- d) $\frac{x^2 dx}{(x^2+x+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{Cx+D}{x^2+x+1}$

Pytanie 9

$$\frac{1}{(x+1)(x^2-3x-4)}$$

Stosując metodę na ułamki proste w powyższym ułamku należałoby...

a) Rozbić na następujące czynniki: $\frac{1}{(x+1)(x^2-3x-4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x^2-3x-4}$

b) Rozbić na następujące czynniki:

$$\frac{1}{(x+1)(x^2-3x-4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x^2-3x-4} + \frac{C}{(x^2-3x-4)^2}$$

c) Rozbić na następujące czynniki: $\frac{1}{(x+1)(x^2-3x-4)} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-3x-4}$

d) Sprawdzić, czy mianownik można rozłożyć jeszcze bardziej na czynniki

Pytanie 10

$$\int \frac{x+1}{x-1} dx$$

Jak obliczyć można powyższą całkę?

- a) Dzieląc licznik przez mianownik
- b) Przez części
- c) Rozbijając mianownik na czynniki

d) Rozbijając całkę na dwie: $\int \frac{x+1}{x-1} dx = \int \frac{x}{x+1} dx + \int \frac{1}{x+1} dx$

Część 2: ZADANIA

Oblicz następujące całki:

$$1) \int \frac{x-7}{x^2+4x-5} dx$$

$$2) \int \frac{11x+22}{2x^2-16x-18} dx$$

$$3) \int \frac{x}{x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{16}} dx$$

$$4) \int \frac{dx}{-x^2-3x-2} dx$$

$$5) \int \frac{-7}{-2x^2+8x-6} dx$$

$$6) \int \frac{x-7}{x^2+4x-5} dx$$

$$7) \int \frac{dx}{(x+2)(x-4)}$$

$$8) \int \frac{3}{x^2+2x+1} dx$$

$$9) \int \frac{13x}{2x^2-4x+2} dx$$

$$10) \int \frac{1}{3x^2-3x+3} dx$$

$$11) \int \frac{1}{4x^2+2x+1} dx$$

$$12) \int \frac{4dx}{-x^2-x-1}$$

$$13) \int \frac{4xdx}{5x^2+6x+2}$$

$$14) \int \frac{x-2}{x^2+x-2} dx$$

$$15) \int \frac{x^3+2x^2-4x+7}{x^2-x-6} dx$$

$$16) \int \frac{x^8}{5x^2+2} dx$$



$$17) \int \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} dx$$

$$18) \int \frac{1}{(x-3)(x-4)(x+1)} dx$$

$$19) \int \frac{2x^3 + 2x^2 - x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 - 9)} dx$$

$$20) \int \frac{3}{x^3 + x} dx$$

$$21) \int \frac{8x^3}{(x+1)^4} dx$$

$$22) \int \frac{dx}{x^4 + x^3 + x^2}$$

KONIEC