



KURS

CAŁKI NIEOZNACZONE

Lekcja 4

Całkowanie przez podstawienie i części
(trudniejsze całki)

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

$$\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \left| u = \arcsin x \quad v' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right|$$

Czy powyższe oznaczenie doprowadzi nas do rozwiązania całki?

- a) Tak, chociaż na boku policzyć trzeba będzie całkę z $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
- b) Nie, ponieważ nie ma we wzorach całki z $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
- c) Nie. W tej całce należało zastosować metodę przez podstawienie.
- d) Nie.

Pytanie 2

$$\int x \arcsin x dx = \left| u = \quad \quad v' = \quad \quad \right|$$

Funkcje cyklometryczne ($\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$, $\text{arcctg} x$) oznaczamy na ogół jako:

- a) v'
- b) arc jako u , a $\sin x$, $\cos x$, $\text{tg} x$, albo $\text{ctg} x$ jako v'
- c) t
- d) u

Pytanie 3

$$\int \sin \sqrt{x} dx = \left| t = \sqrt{x} \right|$$

W tym momencie w zadaniu należałoby wykonać następujące operacje:

- a) $\int \sin \sqrt{x} dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x} / ()^2 \\ t^2 = x \end{array} \right|$
- b) $\int \sin \sqrt{x} dx = \left| \begin{array}{l} t = x \\ dt = dx \end{array} \right|$
- c) Przejść na metodę przez części
- d) $\int \sin \sqrt{x} dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x} \\ dt = \sqrt{x} dx \end{array} \right|$

Pytanie 4

$$\int x^3 \sin(x^2) dx =$$

Jak należałoby rozwiązywać tę całkę?

- a) Na początku przekształcić funkcję podcałkową $= \int x \cdot x^2 \sin(x^2) dx$
- b) Zastosować podstawienie $= \left| t = x^3 \right|$
- c) Zastosować całkowanie przez części $= \left| \begin{array}{l} u = x^3 \quad v' = \sin(x^2) \end{array} \right|$
- d) Na początku przekształcić funkcję podcałkową $= \int \sin(x^5) dx$

Pytanie 5

Czy jest możliwe stosowanie w jednej całce na przemian metody przez części i przez podstawienie?

- a) Tylko pod warunkiem, że najpierw całkujemy przez części
- b) Tylko pod warunkiem, że najpierw całkujemy przez podstawienie
- c) Tak
- d) Nie

Pytanie 6

$$\int \ln^3 x dx = \left| \begin{array}{l} u = \quad \quad v' = \\ u' = \quad \quad v = \end{array} \right|$$

Jakie wyglądać będą oznaczenia po zastosowaniu metody przez części?

$$\text{a) } \int \ln^3 x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln^3 \\ u' = 3 \ln^2 \\ v' = x \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{array} \right|$$

$$\text{b) } \int \ln^3 x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln^3 x \\ u' = 3 \ln^2 x \cdot \frac{1}{x} \\ v' = 1 \\ v = x \end{array} \right|$$

$$\text{c) } \int \ln^3 x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln^3 x \\ u' = 3 \left(\frac{1}{x} \right)^2 \\ v' = 1 \\ v = x \end{array} \right|$$

$$\text{d) } \int \ln^3 x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln^3 x \\ u' = \left(\frac{1}{x} \right)^3 \\ v' = 1 \\ v = x \end{array} \right|$$

Pytanie 7

$$\int \frac{t}{t^2 + 1} dt =$$

Jakie podstawienie należałoby zastosować do powyższej całki?

$$\text{a) } \left| \begin{array}{l} t = t^2 + 1 \\ dt = 2tdx \end{array} \right|$$

$$\text{b) } \left| \begin{array}{l} u = t^2 + 1 \\ du = 2tdt \end{array} \right|$$

c) Zastosowanie metody przez podstawienie jest w tej całce niemożliwe

$$\text{d) } \left| \begin{array}{l} u = t \\ du = dt \end{array} \right|$$

Pytanie 8

$$\int \frac{1}{t^2 - 2} dt =$$

Całka z funkcji podcałkowej wyniesie...

- a) $\frac{1}{-2} \operatorname{arctg} \frac{t}{-2} + C$
- b) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{t - \sqrt{2}}{t + \sqrt{2}} \right| + C$
- c) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{t - 2}{t + 2} \right| + C$
- d) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{t - 2}{t + 2} \right| + C$

Pytanie 9

$$\int \frac{x+1}{x^2+1} dx =$$

Jak rozpocząć rozwiązywanie powyższej całki?

- a) Zastosować podstawienie $\begin{cases} t = x^2 + 1 \\ dt = 2x dx \end{cases}$
- b) Rozbić całkę na dwie $\int \frac{x+1}{x^2} dx + \int \frac{x+1}{1} dx$
- c) Rozbić całkę na dwie $\int \frac{x}{x^2+1} dx + \int \frac{1}{x^2+1} dx$
- d) Wyłączyć 1 z licznika przed nawias $1 \int \frac{x}{x^2+1} dx$



Pytanie 10

Które zdanie jest prawdziwe?

- a) Rozwiązywanie całki w każdym przypadku najlepiej rozpocząć od razu podstawienia albo oznaczeń przez części
- b) Każdą całkę można rozwiązać metodą przez podstawienie, albo przez części (choć może to być czasami trudne)
- c) Rozwiązywanie całki może wymagać czasem przekształcenia funkcji podcałkowej, a dopiero potem zastosowania podstawienia lub oznaczeń przez części
- d) Żadne z powyższych zdań nie jest prawdziwe

Część 2: ZADANIA

Oblicz następujące całki:

1) $\int x \operatorname{ctg}^2 x dx$

2) $\int \operatorname{arctg} 4x dx$

3) $\int \sin \sqrt{x} dx$

4) $\int e^{\sqrt{x}} dx$

5) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$

6) $\int x^3 e^{-x^2} dx$

7) $\int x^3 \cos(x^2) dx$

8) $\int x^3 (x^2 - 1)^7 dx$

9) $\int x^4 e^x dx$

10) $\int x^2 \sin^2 x dx$

11) $\int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx$

12) $\int x \cos \sqrt{x} dx$

13) $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$

14) $\int \frac{5\sqrt{x} - 4x + \ln x}{x\sqrt{x}} dx$

15) $\int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{3\sin^2 x - 7\cos^2 x}} dx$

KONIEC