



# KURS

## CAŁKI NIEOZNACZONE

Lekcja 1

Wprowadzenie do całek.  
Całki bezpośrednie i elementarne.

ZADANIE DOMOWE



## Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

### Pytanie 1

Która z poniższych funkcji jest funkcją pierwotną do funkcji  $f(x) = x$  ?

- a)  $x$
- b)  $x^2$
- c)  $1$
- d)  $\frac{1}{2}x^2$

### Pytanie 2

Wśród podstawowych wzorów na całki istnieją wzory na:

- a) Całkę z dodawania, odejmowania dwóch funkcji i mnożenia stałej przez funkcję
- b) Całkę z dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia dwóch funkcji
- c) Całkę z dodawania, odejmowania i mnożenia dwóch funkcji

### Pytanie 3

Aby wykonać sprawdzenie w całkowaniu należy:

- a) Przekształcić wynik do postaci początkowej funkcji
- b) Obliczyć pochodną z wyniku całkowania
- c) Podstawić wynik całkowania do funkcji początkowej
- d) Obliczyć całkę z wyniku

### Pytanie 4

Całkę z dodawania lub/i odejmowania kilku funkcji można **zawsze**:

- a) Obliczyć dodając lub/i odejmując te funkcje
- b) Obliczyć poprzez obliczanie pochodnej z tych funkcji
- c) Obliczyć przez podstawienie lub przez części
- d) Rozbić na odpowiednią liczbę całek

**Pytanie 5**

$$\int \frac{1}{x^2 + 9} dx = ?$$

Ta całka będzie równa...

- a)  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$
- b)  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$
- c)  $\int \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx + C$
- d)  $\frac{1}{9} \operatorname{arctg} \frac{x}{9} + C$

**Pytanie 6**

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = ?$$

Powyższe wyrażenie można zapisać jako:

- a)  $x^{\frac{1}{3}}$
- b)  $x^{-\frac{1}{3}}$
- c)  $x^{-3}$
- d)  $x^{-\frac{1}{2}}$

**Pytanie 7**

$$x\sqrt{x} = ?$$

Powyższe wyrażenie można zapisać jako:

- a)  $x^{\frac{3}{2}}$
- b)  $x^{\frac{1}{2}}$
- c)  $x + \sqrt{x}$
- d)  $x^{-\frac{1}{2}}$



### Pytanie 8

1)  $\int x^n dx = ?$     2)  $\int a^x dx = ?$

Powyższe wzory:

- a) Są równoważne
- b) Są wymienne (wszystko jedno, którego użyjemy)
- c) Są sprowadzalne jeden do drugiego
- d) Różnią się tym, że w pierwszym mamy x do liczby, a w drugim liczbę do x

### Pytanie 9

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = ?$$

Aby rozwiązać powyższą całkę należy:

- a) Skorzystać ze wzoru  $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- b) Rozbić ułamek na dwa:  $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = \int \left( \frac{x^2}{x^2} + \frac{x^2}{1} \right) dx$
- c) Odjąć 1 w mianowniku
- d) Do licznika dodać i odjąć 1

### Pytanie 10

W porównaniu z pochodnymi operacja całkowania jest ogólnie...

- a) Taka sama pod względem stopnia trudności
- b) Łatwiejsza
- c) Trudniejsza

## Część 2: ZADANIA

Oblicz następujące całki:

1)  $\int (2 \cos x + 3 \sin x) dx$

2)  $\int (5x + 2x^2 - 3 \cos x) dx$

3)  $\int (e^x + 2^x) dx$

4)  $\int \sqrt{x} dx$

5)  $\int \sqrt[3]{x^4} dx$

6)  $\int (x + x^2 - \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}) dx$

7)  $\int \frac{1}{x^2 + 16} dx$

8)  $\int \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} dx$

9)  $\int \frac{1}{x^2 + 17} dx$

10)  $\int \left( \frac{3}{x^2 - 4} + \frac{10}{\cos^2 x} + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} \right) dx$

11)  $\int x \sqrt[3]{x} dx$

12)  $\int x^2 \sqrt{x} dx$

13)  $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x}} dx$

14)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

15)  $\int \frac{1}{x \sqrt[3]{x^2}} dx$

16)  $\int \left( \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x} - \frac{2x}{\sqrt{x}} - 5 \right) dx$

17)  $\int \frac{5x + \sqrt{x} - 4x \sqrt[3]{x}}{x} dx$

18)  $\int \frac{4 - x^2}{x \sqrt{x}} dx$



$$19) \int \frac{(1+x)^2}{x} dx$$

$$20) \int (4-2x)^2 x dx$$

$$21) \int 2 \cdot 2^x dx$$

$$22) \int \frac{4^x}{2^x} dx$$

$$23) \int \frac{x^2}{x^2+1} dx$$

$$24) \int \frac{x^2}{x^2+2} dx$$

$$25) \int \frac{x^2}{x^2-1} dx$$

$$26) \int \frac{x^2-1}{x-1} dx$$

$$27) \int \operatorname{ctg}^2 x dx$$

KONIEC