



KURS POCHODNE I BADANIE PRZEBIEGU ZMIENNOŚCI FUNKCJI

Lekcja 8
WKŁĘŚŁOŚĆ, WYPUKŁOŚĆ I PUNKTY
PRZEGIĘCIA FUNKCJI

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jaki kształt ma wykres funkcji w przedziale, w którym jej pochodna drugiego rzędu przyjmuje wartości większe od 0?

- a) Wykres w dowolnym punkcie tego przedziału leży pod styczną poprowadzoną w tym punkcie
- b) Wykres w dowolnym punkcie tego przedziału leży nad styczną poprowadzoną w tym punkcie
- c) Wykres funkcji na pewno rośnie w każdym punkcie tego przedziału
- d) Wykres funkcji na pewno maleje w każdym punkcie tego przedziału

Pytanie 2

Jak nazywamy punkty przegięcia, w których funkcja zmienia kształt z wklęsłej na wypukłą?

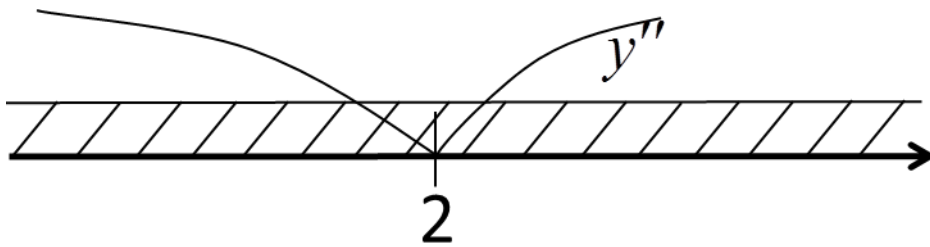
- a) Maksimami
- b) Minimami
- c) W polskim języku matematycznym nie zostało to ustalone
- d) Po prostu punktami przegięcia

Pytanie 3

Czy do obliczenia wklęsłości/wypukłości może nam się przydać znajomość monotoniczności funkcji?

- a) Nie
- b) Tak

Pytanie 4



Co powiedzieć o kształcie wykresu funkcji, która ma pochodną drugiego rzędu z powyższym, przybliżonym wykresem?

- a) Ma punkt przegięcia w 2 (trzeba policzyć jeszcze wartość funkcji w punkcie przegięcia)
- b) Ma kształt \cup dla dowolnych x
- c) Ma kształt \cap dla dowolnych x
- d) Ma kształt \cap dla $x \in (-\infty, 2)$

Pytanie 5

Jakie relacje na pewno nie zajdą między dziedziną drugiej pochodnej, a dziedziną funkcji, której wklęsłość/wypukłość badamy?

- a) Dziedzina drugiej pochodnej będzie szersza, niż dziedzina funkcji
- b) Dziedzina funkcji będzie szersza, niż dziedzina drugiej pochodnej
- c) Dziedziny będą takie same
- d) Jedna dziedzina będzie zawierać się w drugiej

Pytanie 6

Punkt x_0 nie należy do dziedziny. Co to oznacza?

- a) Że funkcja w punkcie x_0 nie może osiągnąć punktu przegięcia, chociaż może być w tym punkcie wklęsła albo wypukła
- b) Że funkcja może osiągać w punkcie x_0 punkt przegięcia
- c) Że funkcja nie może osiągnąć punktu przegięcia, ani być wklęsła, ani wypukła, ale może mieć ekstremum
- d) Że funkcja nie może osiągnąć punktu przegięcia, ani być wklęsła, ani wypukła



Pytanie 7

$$y'' = 0$$

$$\frac{x}{1+x^2} = 0$$

W celu narysowania przybliżonego wykresu funkcji musimy rozwiązać powyższe równanie.

Czy możemy obie jego strony pomnożyć przez $1+x^2$?

- a) Tak, bo $1+x^2$ jest zawsze dodatnie
- b) Nie, bo nie znamy znaku $1+x^2$
- c) Nie, bo nie znamy znaku $1+x^2$, musimy pomnożyć przez $(1+x^2)^2$
- d) Nie, bo nie znamy znaku $1+x^2$, musimy dzielenie zamienić na mnożenie

Pytanie 8

Na przybliżonym wykresie pochodnej drugiego rzędu na pewnym przedziale wykres leży pod osią. Oznacza to, że...

- a) Funkcja ma na tym przedziale kształt: \cup
- b) Funkcja ma na tym przedziale kształt: \cup lub: \cup - zależnie od przyjętej przez nas, umownej, terminologii
- c) Funkcja ma na tym przedziale kształt: \cap
- d) Współczynnik przy największej potędze w pochodnej drugiego rzędu był mniejszy od 0

Pytanie 9

$$y'' = 0$$

$$x^3(x-1) = 0$$

Rysując przybliżony wykres pochodnej drugiego rzędu, której miejsca zerowe zostały wyznaczone z powyższego równania docierając z wykresem do zera...

- a) Odbijemy się od osi
- b) Nie można tego określić
- c) „Przebijemy się” przez oś
- d) Zatrzymamy się



Pytanie 10

Jeżeli pochodna drugiego rzędu funkcji nie osiąga miejsc zerowych oznacza to, że...

- a) Funkcja nie ma ekstremów lokalnych
- b) Funkcja nie posiada przedziałów wklęsłości/wypukłości ani punktów przegięcia
- c) Funkcja może być na całej swojej dziedzinie wklęsła albo wypukła
- d) Funkcja jest na całej swojej dziedzinie wklęsła



Część 2: ZADANIA

Zad.1

Zbadaj wklęsłość, wypukłość i punkty przegięcia funkcji:

1) $y = 4x^3 - 10x + 1$

2) $y = \frac{1}{2}x^4 - 6x^3 + 24x^2 - 25$

3) $y = x^4 - 6x^2$

4) $y = \ln(1 + x^2)$

5) $y = xe^x$

6) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

KONIEC