



KURS GRANICE

Lekcja 8

Granice jednostronne funkcji.

Ciągłość funkcji.

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

Co wynika z powyższych dwóch równości?

- a) Że granica z funkcji w punkcie 1 nie istnieje
- b) Że $f(x) = -2$
- c) Że $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$
- d) Że $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

Pytanie 2

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

Co wynika z powyższego zapisu?

- a) Że funkcja przyjmuje wartości ujemne
- b) Że wartości funkcji dążą do zera z lewej strony
- c) Że granica funkcji dąży do zera
- d) Że argumenty funkcji x są ujemne

Pytanie 3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$$

Jak prawidłowo obliczyć tę granicę?

- a) Obliczyć granice jednostronne z tej funkcji
- b) Wstawić za x -sa jeden i odczytać wynik ze wzoru $\left[\frac{A}{0} \right] = \pm\infty$
- c) Jest to niemożliwe
- d) Zastosować metodę rozkładu na czynniki

Pytanie 4

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2-x}$$

Jak obliczyć granicę powyższej funkcji?

- a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{2-x} = 1$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(2-x)}{2-x} = -1$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{-(x-2)} = -1$
- d) Ta granica nie istnieje

Pytanie 5

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Do czego dąży powyższa granica?

- a) Do $+\infty$
- b) Do $-\infty$
- c) Do 0
- d) Do 1

Pytanie 6

$$f(x) = \begin{cases} 4x-1 & \text{dla } x > 1 \\ 5x-2 & \text{dla } x \leq 1 \end{cases}$$

$$f(0) = \dots?$$

- a) -1
- b) -2
- c) 1
- d) 0

Pytanie 7

Na to, aby funkcja w punkcie x_0 była ciągła, wystarczy, że...

- a) Granica lewostronna i prawostronna funkcji w tym punkcie są równe
- b) Granica lewostronna i prawostronna funkcji w tym punkcie są określone i istnieje wartość funkcji w tym punkcie
- c) Istnieje granica funkcji w tym punkcie
- d) Obie granice jednostronne funkcji w tym punkcie są równe wartości funkcji w tym punkcie

Pytanie 8

Co to znaczy, że funkcja jest ciągła?

- a) To znaczy, że jest ciągła we wszystkich swoich punktach nieciągłości
- b) To znaczy, że można ją narysować długopisem
- c) To znaczy, że jest ciągła w każdym punkcie swojej dziedziny
- d) To wyrażenie nie ma sensu

Pytanie 9

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{dla } x \in (-\infty, -1) \\ x^2 & \text{dla } x \in \langle -1, 1 \rangle \\ e^x & \text{dla } x \in (1, \infty) \end{cases}$$

W jakich punktach należy zbadać ciągłość funkcji, aby sprawdzić, czy jest ona ciągła?

- a) 0 i 1
- b) -1 i 1
- c) 2 i e
- d) 0 i -1

Pytanie 10

Czy funkcja może być jednocześnie ciągła i nieciągła?

- a) Tak
- b) Nie

Część 2: ZADANIA

Zad.1

Wyznacz następujące granice:

$$1) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x}{x+1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4x+2}{x+2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x}{|x+4|}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{x}{|x+4|}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x}{2-x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x+5}{25-x^2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0^+} 3^{\frac{1}{x}}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(e^x + \frac{1}{x-2} \right)$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x}{\frac{x}{e^{3-x}} + 2}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(x-4)^2}$$

Zad.2

Zbadaj ciągłość funkcji:

$$1) f(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x \leq 0 \\ \frac{x^3 - 2x}{x^2 + 1} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \leq 1 \\ \frac{x-5}{x-1} & \text{dla } x > 1 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \frac{5-x}{25-x^2} & \text{dla } x < 5 \\ \frac{1}{2x} & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} 4x + \frac{1}{6} & \text{dla } x < 0 \\ \frac{1}{6} & \text{dla } x = 0 \\ \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

$$5) f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{4-x^2} & \text{dla } x < 2 \\ x^2 & \text{dla } x = 2 \\ 4^{\frac{x}{x-2}} & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x \geq 2 \\ 2x & \text{dla } -2 < x < 2 \\ \frac{x^2}{2} & \text{dla } x \leq -2 \end{cases}$$

Zad.3

Wyznacz takie wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła

$$1) f(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{dla } x \leq 2 \\ 2x^2 + 1 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{dla } x < 1 \\ x^2 - ax & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x < -1 \text{ i dla } x > 1 \\ x^2 + ax + b & \text{dla } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

KONIEC