



KURS GRANICE

Lekcja 7

Wzory na granice funkcji.

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Czy powyższa granica obliczona jest prawidłowo?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x =$$

Jak prawidłowo obliczyć powyższą granicę?

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\operatorname{ctg} x}{x} = 0$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\cos x}{\frac{\sin x}{x}} = 1$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 0$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\frac{\sin x}{x}}{\cos x} = 0$

Pytanie 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x}$$

Jak prawidłowo obliczyć tą granicę?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\frac{\sin 4x}{4x}} 4x = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\frac{\sin 4x}{2x} 2x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\frac{\sin 4x}{4x} 4x} = \frac{1}{2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\frac{\sin 4x}{4} 4} = \frac{1}{2}$

Pytanie 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 2x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 3x}{3x} 3x - \frac{\sin 2x}{2x} 2x}{\frac{\sin x}{x} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot 3x - 1 \cdot 2x}{1 \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$$

Dlaczego powyższe obliczanie granicy jest niepoprawne?

- a) Bo dało zły wynik
- b) Bo skorzystano z niewłaściwych wzorów na granicę
- c) Bo zawiera błędy rachunkowe
- d) Bo x-sy nie zbiegły do granicy za jednym razem (tylko w drugim i trzecim przejściu)

Pytanie 5

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\arctg x}$$

Podczas obliczania powyższej granicy skorzystamy ze wzoru...

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x}{x} = 1$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\arctg x} = 1$

Pytanie 6

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x} = 1$$

Czy powyższy wynik jest prawdziwy?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 7

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{2x} - 1}{2x} = \boxed{?}$$

Jaki będzie wynik powyższej granicy?

- a) 1
- b) 2
- c) $\ln 10$
- d) $\ln 2$

Pytanie 8

$$\frac{\sin \square}{\square}$$

Jakie warunki wystarczą, aby całe wyrażenie zbiegało do 1?

- a) Wyrażenia w kwadracikach muszą być sobie równe i argumenty funkcji x muszą zbiegać do zera
- b) Wyrażenia w kwadracikach muszą być sobie równe
- c) Wyrażenia w kwadracikach muszą być sobie równe i zbiegać do zera
- d) Wyrażenia w kwadracikach muszą zbiegać do zera

Pytanie 9

Prawdą jest, że...

a) $1 - \cos x = \frac{1}{1 - \cos x}$

b) $1 - \cos x = \frac{1}{\frac{1}{1 - \cos x}}$

c) $1 - \cos x = 1 - \frac{1}{\cos x}$

$1 - \cos x = \sin x$

d)

Pytanie 10

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$$

Do czego zbiega powyższa granica?

- a) ∞
- b) Ta granica nie istnieje
- c) 1
- d) 0

Część 2: ZADANIA

Zad.1

Wyznacz następujące granice:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{8x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin 5x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 5x}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{3x}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} 5x}{\sin 5x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{4x^2} - 1}{7x^2}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{x}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+x)}{2x}$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - 1}$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{-2x} - 1}{2x}$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \operatorname{tg} 5x$



$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 4x)}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 7x}{\sin 5x}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 5x}{\sin x}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin 4x}{\sin x - \sin 2x}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(3x - 9)}{x^2 - 9}$$

KONIEC