KURS GRANICE

Lekcja 4
Twierdzenie o trzech ciągach.
Sumy ciągu arytmetycznego
i geometrycznego.

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^4+5^4+7^4}$$

Jak obliczyć powyższą granicę?

a) Skorzystać z twierdzenia o trzech ciągach
b) Rozbić na trzy pierwiastki. Wynikiem będzie: 3+5+7=15
c) Sprowadzić potęgi pod pierwiastkiem do tej samej podstawy
d) Skorzystać ze wzoru $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a}=1$. Wynikiem będzie 1.

Pytanie 2

Co to znaczy, że ciąg a_n ogranicza ciąg b_n z dołu?

a) Że każdy wyraz ciągu b_n jest większy od dowolnego wyrazu ciągu a_n
b) Że ciąg a_n zmierza do niższej granicy, niż b_n
c) Że każdy wyraz ciągu a_n jest większy lub równy od odpowiadającego mu wyrazu ciągu b_n
d) Że każdy wyraz ciągu b_n jest większy lub równy od odpowiadającego mu wyrazu ciągu a_n

Pytanie 3

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{4^n+5^n}$$

Do obliczenia powyższej granicy chcemy wykorzystać twierdzenie o trzech ciągach. Jaki ciąg dobrać do ograniczenia z dołu?

a) $\sqrt[n]{4^n}$
b) $\sqrt[n]{4^n+4^n}$
c) $\sqrt[n]{5^n}$
d) $\sqrt[n]{5^n+5^n}$

Pytanie 4

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{3^n+3^n+3^n+3^n}$$

Do czego zbiega powyższy ciąg?

a) Do 4
b) Do ∞
c) Do 0
d) Do 3

Pytanie 5

$$S_n = a_1\frac{1-q^n}{1-q}$$

Powyższy wzór jest wzorem na…

a) Ciąg geometryczny
b) Sumę ciągu geometrycznego
c) Granicą ciągu geometrycznego
d) Iloczyn ciągu geometrycznego

Pytanie 6

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2+4+8+16+\ldots 2^n}{10+16+22+\ldots+(6n-2)}$$

Z jakich wzorów należy skorzystać, aby obliczyć granicę powyższego ciągu?

a) W liczniku ze wzoru na sumę ciągu geometrycznego, a w mianowniku ze wzoru na sumę ciągu arytmetycznego
b) W liczniku ze wzoru na sumę ciągu arytmetycznego, a w mianowniku ze wzoru na sumę ciągu geometrycznego
c) Ze wzorów na sumę ciągu arytmetycznego
d) Ze wzorów na sumę ciągu geometrycznego

Pytanie 7

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots\right)$$

Czy granicę powyższego ciągu można obliczyć wzorem na sumę ciągu geometrycznego?

a) Nie
b) Tak

Pytanie 8

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+1\tfrac{1}{2}+2+2\tfrac{1}{2}+\ldots\right)$$

Czy granicę powyższego ciągu można obliczyć wzorem na sumę ciągu arytmetycznego?

a) Nie
b) Tak

Pytanie 9

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2\cos n}{n^3+n^2-1}$$

W powyższej granicy chcemy zastosować twierdzenie o trzech ciągach. Jakim ciągiem należy ograniczyć ten ciąg z góry?

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2\cos 1}{n^3+n^2-1}$
b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2(-1)}{n^3+n^2-1}$
c) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3\cdot 1}{n^3+n^2-1}$
d) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3+n^2-1}$

Pytanie 10

$$\frac{1}{n^2+10}$$

Które z wyrażeń jest mniejsze od powyższego wyrazu ciągu?

a) $\frac{n}{n^2+10}$

b) $\frac{2}{n^2+10}$

c) $\frac{1}{n^2+11}$

d) $\frac{1}{n^2+9}$

Część 2: ZADANIA

Zad.1

Wyznacz następujące granice:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2^n+4^n+8^n}$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{5}{6}\right)^n+\left(\frac{3}{4}\right)^n+\left(\frac{11}{12}\right)^n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{3^n+7^n+11^n+5^n}$

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}\left(1+2+\ldots+n\right)$

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\frac{5}{n^2}+\ldots+\frac{2n-1}{n^2}\right)$

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{4^{n-1}}}{4}$

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1+2+\ldots+n}{n+2}-\frac{n}{2}\right)$

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin n!}{n}$

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+\sin\left(n-1\right)}{2n^2+2}$

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\left(\frac{1}{n^2+1}+\frac{1}{n^2+2}+\frac{1}{n^2+3}+\ldots+\frac{1}{n^2+n}\right)\right]$

KONIEC