



# KURS GRANICE

## Lekcja 3

Granice z wzorem na liczbę  $e$ .

### ZADANIE DOMOWE



## Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

### Pytanie 1

Najbliższe przybliżenie liczby  $e$  równe jest...

- a) 3,14
- b) 3
- c) 2,5
- d) 2,7

### Pytanie 2

W przypadku którego symbolu nieoznaczonego używamy wzoru na liczbę  $e$ ?

- a)  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$
- b)  $[1^\infty]$
- c)  $[\infty - \infty]$
- d)  $[0^\infty]$

### Pytanie 3

Jak zdefiniować liczbę  $e$ ?

- a) Jako pewien ciąg
- b) Jako granicę pewnego ciągu
- c) Jako pewną liczbę wymierną
- d) Jako różnicę pewnych ciągów

**Pytanie 4**

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Ile wyniesie granica powyższego ciągu?

- a)  $e$
- b) 1
- c)  $\infty$
- d)  $e^\infty$

**Pytanie 5**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\boxed{?}}{n^2 + 3n}\right)^{n^2 + 3n} = e^{-4}$$

Jaka liczba powinna być w pustym prostokącie, aby równanie było prawdziwe?

- a) 4
- b) -4
- c) 3
- d) -3

**Pytanie 6**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n+5}$$

Jak przekształcić powyższą granicę, aby móc skorzystać ze wzoru na liczbę e?

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n-1} \right]^{\frac{n-1}{n+5}}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n+5} \right]^{\frac{n-1}{n+5}}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n-1} \right]^{\frac{n+5}{n+5}}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-5}{n-1} \right)^{n-1} \right]^{\frac{n+5}{n-1}}$

**Pytanie 7**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-2}{n^2 - n + 1} \right)^{n^2 - n + 1} \right]^{\frac{3n^2 + 5}{n^2 - n + 1}} = \boxed{?}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{n^2 - n + 1} = 3$$

Jaki będzie wynik powyższej granicy?

- a)  $e^{-3}$
- b)  $e^3$
- c)  $e^{-6}$
- d)  $e^{-2}$

**Pytanie 8**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5-5+2}{3n+5} \right)^{7n}$$

Jak należy rozbić na dwa ułamki wyrażenie, aby móc skorzystać ze wzoru na liczbę e?

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5}{3n+5} - \frac{5+2}{3n+5} \right)^{7n}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5}{3n+5} - \frac{-5-2}{3n+5} \right)^{7n}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5}{3n+5} + \frac{-5+2}{3n+5} \right)^{7n}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5}{3n+5} + \frac{5-2}{3n+5} \right)^{7n}$

**Pytanie 9**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{4n-1}{n^2+5} \right)^{n^2+5}$$

Czy w tym wyrażeniu możemy w tym momencie skorzystać ze wzoru na liczbę e i podać wynik?

- a) Tak
- b) Nie, wyrażenie trzeba przekształcić

**Pytanie 10**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2 + \frac{2}{n} \right)^n =$$

Jaki będzie wynik obliczania powyższej granicy?

- a)  $e^2$
- b)  $e$
- c) 0
- d)  $\infty$

## Część 2: ZADANIA

### Zad.1

Wyznacz następujące granice:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n^2}\right)^{n^2}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{n}\right)^n$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n-2}\right)^{n-2}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+100}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n^2 + 3n}\right)^{2n^2 + 7}$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+1}\right)^{n-4}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n}{5n-2}\right)^{7n+11}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2-1}{2n^2+2}\right)^{6n^2-1}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-n^2}{4-n^2}\right)^{7n}$$

KONIEC