



# KURS GRANICE

Lekcja 2

Mnożenie przez sprzężenie.

ZADANIE DOMOWE

## Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

### Pytanie 1

Metoda mnożenia przez sprzężenie podobna jest do pewnej operacji stosowanej w gimnazjum i szkole średniej. Jest to...

- a) Wyznaczanie monotoniczności ciągu
- b) Usuwanie niewymierności z mianownika
- c) Wyciąganie największej potęgi przed nawias pod pierwiastkiem
- d) Usuwanie niewymierności z licznika

### Pytanie 2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} + \sqrt{n+1})$$

Czy do obliczenia powyższej granicy możemy użyć metody mnożenia przez sprzężenie?

- a) Nie
- b) Tak

### Pytanie 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$$

Na tym etapie zadania, przez co należy pomnożyć powyższe wyrażenie?

- a)  $\frac{\sqrt{n-1} + \sqrt{n-1}}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n-1}}$
- b)  $\frac{\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}}$
- c)  $\frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n-1} - \sqrt{n-1}}$
- d)  $\frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}}$

#### Pytanie 4

Który wzór skróconego mnożenia wykorzystujemy w metodzie mnożenia przez sprzężenie?

a)  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

b)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

#### Pytanie 5

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n}{\sqrt{3n^2 + n + 1} + \sqrt{3n}} \right)$$

W wyniku mnożenia przez sprzężenie i uporządkowania otrzymaliśmy powyższą granicę. Co należy zrobić na tym etapie zadania?

- a) Zapisać wynik, czyli 0.
- b) Skrócić ze sobą  $n$  w liczniku i mianowniku
- c) Wyciągnąć w mianowniku największe potęgi przed nawias (na dole trzeba to zrobić najpierw pod pierwiastkiem)
- d) Zapisać wynik, czyli 4

#### Pytanie 6

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{n^2 - n} \right)$$

Na tym etapie zadania, przez co należy pomnożyć powyższe wyrażenie?

a)  $\frac{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$

b)  $\frac{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}{n^2 + n}$

c)  $\frac{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} \frac{n^2 + n}{n^2 + n}$

d)  $\frac{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}{n^2 + n}$

**Pytanie 7**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^4 + n^2} - n^2)(\sqrt{n^4 + n^2} + n^2)}{\sqrt{n^4 + n^2} + n^2}$$

Jakie wyrażenie uzyskamy w liczniku po zastosowaniu wzoru skróconego mnożenia?

- a)  $n^4 + n^2 + n^4$
- b)  $n^4 + n^2 - n^4$
- c)  $n^4 + n^2 - n^2$
- d)  $n^4 - n^2 - n^4$

**Pytanie 8**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{(\sqrt{n} - \sqrt{n+7})(\sqrt{n} + \sqrt{n+7})}$$

Jak wyglądać będzie mianownik powyższego wyrażenia po zastosowaniu wzoru skróconego mnożenia?

- a)  $-7$
- b)  $7$
- c)  $n+7$
- d)  $n-7$

### Pytanie 9

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n\sqrt{1 - \frac{2}{n}} + n\sqrt{1 + \frac{4}{n}}}$$

Jak wyglądać będzie ta granica po wyciągnięciu największej potęgi przed nawias w mianowniku?

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n\left(\sqrt{\frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}} + \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}\right)}$
- b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n\left(\sqrt{\frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}}\right)}$
- c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n\left(\sqrt{1 - \frac{2}{n}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}}\right)}$
- d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n\left(\sqrt{1 - \frac{2}{n}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}}\right)}$

### Pytanie 10

Kiedy w metodzie mnożenia przez sprzężenie nie zachodzi potrzeba wyciągnięcia przed nawias największych potęg?

- a) Jeśli po zastosowaniu mnożenia przez sprzężenie otrzymamy granicę z symbolem nieoznaczonym
- b) Jeśli pod pierwiastkami uzyskamy  $n$  w pierwszych potęgach
- c) Jeśli po zastosowaniu mnożenia przez sprzężenie otrzymamy granicę z liczby
- d) Jeśli po zastosowaniu mnożenia przez sprzężenie nie otrzymamy granicy z symbolem nieoznaczonym

## Część 2: ZADANIA

### Zad.1

Wyznacz następujące granice:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$

2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}} \right)$

3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+10} - n}{n}$

4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2+4})$

5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - n)$

6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n}{n - \sqrt{n^2-n}} \right)$

7)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2-2n}}{5}$

8)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^2-4n+7} - \sqrt{2n})$

9)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$

10)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+6} - n}{\sqrt{n^2+2} - n}$

11)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4+n^2} - \sqrt{n^4-n^2})$

KONIEC