



KURS LICZB ZESPOLONYCH

Lekcja 5

Pierwiastki z liczb zespolonych

ZADANIE DOMOWE



Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Do jakiego typu zadań używa się na ogół wzoru na pierwiastki wykorzystującego postać trygonometryczną liczby zespolonej?

- a) Liczenie pierwiastków drugiego stopnia
- b) Liczenie pierwiastków wielomianów
- c) Liczenie pierwiastków stopni wyższych niż 2
- d) Liczenie pierwiastków z liczb, których nie da się sprowadzić do postaci trygonometrycznej bez dokładnych tablic

Pytanie 2

Co oznacza zmienna φ we wzorze na pierwiastki n-tego stopnia

$$\sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) ?$$

- a) Stopień pierwiastka
- b) Liczbę naturalną od zera do n-1
- c) Moduł liczby
- d) Argument główny liczby

Pytanie 3

$$\sqrt{1} = \boxed{?}$$

Ile pierwiastków drugiego stopnia ma liczba 1 (w liczbach zespolonych)?

- a) 1
- b) 2
- c) 0
- d) 1 i -1

Pytanie 4

Mając dane:

$$z = -\sqrt{3} - i, \quad |z| = 2, \quad \varphi = 1\frac{1}{6}\pi$$

Jakiego wzoru użyjemy do obliczenia pierwiastka 6-go stopnia z liczby z ?

- a) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{6} + i \sin \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{6} \right)$
- b) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{6} + i \sin \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{6} \right)$
- c) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{2} + i \sin \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{2} \right)$
- d) $\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 6 \cdot \pi}{2} + i \sin \frac{1\frac{1}{6}\pi + 2 \cdot 6 \cdot \pi}{2} \right)$

Pytanie 5

Proces obliczania pierwiastków z liczby zespolonej z wykorzystaniem jej postaci trygonometrycznej można podzielić na etapy:

- a) Przekształcenie liczby na postać trygonometryczną, obliczenie pierwiastka z odpowiedniego wzoru, zapisanie wyniku w postaci trygonometrycznej
- b) Obliczenie pierwiastków z postaci kartezjańskiej przy pomocy wzoru Moivre'a, przekształcenie pierwiastków na postać trygonometryczną, zapisanie wyników w postaci trygonometrycznej
- c) Przekształcenie liczby na postać trygonometryczną, przekształcenie liczby na postać kartezjańską, obliczenie odpowiedniej liczby pierwiastków
- d) Obliczenie modułu i argumentu głównego, użycie ich we wzorach na kolejne pierwiastki, przekształcenie uzyskanych pierwiastków – o ile to możliwe – na postać kartezjańską

Pytanie 6

Założmy, że:

$$\sqrt[3]{-1} = \begin{cases} -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Prawdziwe jest więc, że...

- a) $\sqrt[3]{1} = -1$
- b) $\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i} = -1$
- c) $\sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} = -1$
- d) $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3 = -1$

Pytanie 7

$$\sqrt[4]{\sqrt{2}} = \boxed{?}$$

- a) $\sqrt[6]{2}$
- b) $\sqrt[8]{2}$
- c) $\sqrt{4}$
- d) $\sqrt{2}$

Pytanie 8

W wyniku zastosowania wzoru na pierwiastki otrzymano następującą liczbę:

$$\omega_0 = \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$$

Co należało by zrobić w tej sytuacji?

- a) Skorzystać ze wzorów redukcyjnych
- b) Napisać, że obliczenie pierwiastka jest niemożliwe (ze względu na uzyskany argument główny)
- c) Przemnożyć uzyskany pierwiastek przez moduł
- d) Pozostawić pierwiastek w tej postaci i przejść do liczenia następnego

Pytanie 9

$$\sqrt[7]{\frac{1}{(1-\sqrt{3}i)^7}}$$

Jak najszybciej obliczyć pierwiastki z powyższej liczby?

- a) Podnieść $1-\sqrt{3}i$ do 7 z wzoru Moivre'a, potem podzielić 1 przez wynik, a potem policzyć 7 pierwiastków ze wzoru $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right)$
- b) Obliczyć 7 pierwiastków z liczby $1-\sqrt{3}i$, a potem podnieść każdy z nich do 7 potęgi
- c) Wziąć $\omega_0 = \frac{1}{1-\sqrt{3}i}$ jako dany pierwiastek, zapisać go w postaci kartezjańskiej i policzyć pozostałe pierwiastki ze wzoru $\omega_k = \omega_{k-1} \left(\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n} \right)$
- d) Rozbić ze wzoru: $\sqrt[7]{\frac{1}{(1-\sqrt{3}i)^7}} = \frac{\sqrt[7]{1}}{\sqrt[7]{(1-\sqrt{3}i)^7}}$, a potem obliczyć 7 pierwiastków z licznika i 7 z mianownika, wyniki podzielić

Pytanie 10

Czy każda liczba zespolona ma pierwiastki dowolnego stopnia?

- a) Tak
b) Nie



ZADANIA

Oblicz:

- 1) $\sqrt[3]{1}$
- 2) $\sqrt[4]{-1}$
- 3) $\sqrt[4]{-2-2\sqrt{3}i}$
- 4) $\sqrt[3]{-8i}$
- 5) $\sqrt[3]{-\sqrt{3}-i}$
- 6) $\sqrt[3]{(1+i)^3}$

KONIEC