



KURS LICZB ZESPOLONYCH

Lekcja 2

Równania zespolone. Pierwiastki drugiego stopnia liczone w postaci kartezjańskiej.

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

$$2x - 4(x + y)i + 8xy + 2xi = 3 + 4i$$

Częścią rzeczywistą liczby zespolonej po lewej stronie równania jest:

- a) $2x$
- b) $2x-4$
- c) $2x+8xy$
- d) $2x-4(x+y)$

Pytanie 2

Rozwiązywanie równań zespolonych z niewiadomą zespoloną "z" składa się z etapów (wybierz prawidłowy przebieg rozwiązywania zadania) :

- a)
 - 1) Przedstawienie niewiadomej "z" w postaci kartezjańskiej "x+iy"
 - 2) Doprowadzenie do sytuacji, w której po lewej i po prawej stronie równania jest widoczna część rzeczywista i część zespolona liczby (w postaci wyrażeń algebraicznych)
 - 3) Porównanie części rzeczywistych i urojonych po lewej i prawej stronie równania w układzie równań
 - 4) Rozwiązanie układu równań
 - 5) Zapisanie odpowiedzi w postaci liczby (lub liczb) zespolonej "z"
- b)
 - 1) Uporządkowanie równania, umieszczenie wyrażeń algebraicznych z niewiadomą "z" po lewej stronie równania, a liczb po prawej stronie równania
 - 2) Redukcja wyrażeń podobnych
 - 3) Dzielenie obu stron równania przez współczynnik przy niewiadomej "z"
 - 4) Zapisanie czytelnie odpowiedzi
- c)
 - 1) Przedstawienie niewiadomej "z" w postaci kartezjańskiej "x+iy"
 - 2) Podniesienie obu stron do kwadratu
 - 3) Doprowadzenie do sytuacji, w której po lewej i po prawej stronie równania jest widoczna część rzeczywista i część zespolona liczby (w postaci wyrażeń algebraicznych)
 - 4) Dopisanie równania w postaci zsumowanych kwadratów liczb x i y przyrównanych do modułu liczby po prawej stronie
 - 5) Dodanie równań stronami i rozwiązanie równania
 - 6) Zapisanie odpowiedzi w postaci liczby (lub liczb) zespolonej "z"
- d)
 - 1) Przedstawienie niewiadomej "z" w postaci kartezjańskiej "x+iy"
 - 2) Umieszczenie wyrażeń algebraicznych bez "i" po lewej stronie równania, a zawierających "i" po prawej stronie równania
 - 3) Porównanie lewej i prawej strony równania (pomijając "i")
 - 4) Rozwiązanie powstałego równania
 - 5) Zapisanie odpowiedzi w postaci liczby (lub liczb) zespolonej "z"



Pytanie 3

$$x + 2i = 3(x - iy) + 5(2 + 4i)$$

Część urojona liczby po prawej stronie równania (po uporządkowaniu) wyniosłaby...

- a) $5(2+4i)$
- b) $-3yi+20i$
- c) $-3y+20$
- d) 2

Pytanie 4

$$\operatorname{Re}(x^2 + y^2 - 2xyi) = \boxed{?}$$

Jakie wyrażenie powinno znaleźć się w prostokącie ze znakiem zapytania?

- a) $\sqrt{x^2 + y^2}$
- b) $x^2 + y^2$
- c) $-2xy$
- d) x^2

Pytanie 5

Ile rozwiązań może mieć równanie zespolone?

- a) Tylko 0 lub 1
- b) Każdą ilość rozwiązań (nieskończenie wiele także)
- c) Równanie zespolone może mieć tylko skończoną liczbę rozwiązań
- d) Tylko 0, 1 lub 2

Pytanie 6

$$\bar{z} = |z| + 2z$$

Powyższe równaniu po podstawieniu $z=x+iy$ przyjmie postać:

- a) $\sqrt{x^2 + y^2} = x - iy + 2(x + iy)$
- b) $x + iy = \sqrt{x^2 + y^2} + 2(x + iy)$
- c) $-(x + iy) = \sqrt{x^2 + y^2} + 2(x + iy)$
- d) $x - iy = \sqrt{x^2 + y^2} + 2(x + iy)$



Pytanie 7

$$\sqrt{-2+4i}$$

Aby obliczyć powyższy pierwiastek należy w pierwszej kolejności:

- a) oznaczyć go jako liczbę zespoloną "z":

$$z = \sqrt{-2+4i}$$

następnie podstawić $z=x+iy$

$$x+iy = \sqrt{-2+4i}$$

następnie podnieść obie strony do kwadratu

- b) Rozbić go na dwa pierwiastki:

$$\sqrt{-2} + \sqrt{4i}$$

- c) Obliczyć moduł liczby pod pierwiastkiem, czyli:

$$\sqrt{(-2)^2 + 4^2}$$

- d) Podnieść go do kwadratu

Pytanie 8

Liczenie pierwiastków drugiego stopnia z liczby zespolonej w postaci kartezjańskiej jest...

- a) ... często niewykonalne.
- b) ... działaniem wymagającym obliczania sprzężenia liczby zespolonej.
- c) ... działaniem wykonalnym pod warunkiem, że moduł z tej liczby jest liczbą całkowitą.
- d) ... szczególnym przypadkiem równania zespolonego.

Pytanie 9

$$\sqrt{-5}$$

O pierwiastku z -5 można powiedzieć, że:

- a) Nie istnieje, bo nie istnieje pierwiastek z liczby ujemnej.
- b) Równy jest $\sqrt{5}$
- c) Istnieją dwa pierwiastki z -5
- d) Jest niemożliwy do obliczenia.



Pytanie 10

Liczenie pierwiastków stopni wyższych niż 2 z liczb zespolonych...

- a) ...jest niemożliwe.
- b) ...jest możliwe, ale robi się to na ogół w postaci trygonometrycznej, a nie kartezjańskiej liczby zespolonej.



Część 2: ZADANIA

Zad.1

Rozwiąż równania, wyznaczając niewiadome x i y :

1) $(1-i)x + (1+i)y = 8i$

2) $\frac{6+i}{5+5i} = \frac{x+iy}{4-i}$

3) $(1+i)x + (1+2i)y = 25 + 41i$

Zad.2

Rozwiąż równania, wyznaczając niewiadomą z :

1) $|z| + \bar{z} - z = 3 - 4i$

2) $|z| + \bar{z} = 8 + 4i$

3) $|z-1| + \bar{z} = 3$

4) $|z|i + \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 2i$

5) $z^2 = -1$

Zad.3

Oblicz pierwiastki:

1) $\sqrt{-7+24i} = ?$

2) $\sqrt{-3-4i} = ?$

3) $\sqrt{8i} = ?$

4) $\sqrt{3i} = ?$

KONIEC